

文科系の学生を対象とした数学教育の研究 (1 報)

土 井 努*

はじめに

近年、大学生の数学力不足が問題視されており、一例として分数計算の不正確さなどが挙げられている。その原因を探る事はさておき、ここでは、現状に対処するための教育方法を考える事にすると、やはり月並みではあるが、学習者にまず意欲を沸かせる事から出発するのが基本かと思われる。

筆者は1997年度以来、児童教育学科の専門科目である数学教育Ⅰ、Ⅱの授業を担当してきた。文科系の学生にとって、数学は教養または周辺知識という位置付けとなるものと思われるので、取り上げるテーマは実用的なものを選ぶようにする一方、相当の努力を必要とする授業形態を試行してきたので、その一部をここにまとめたい。

一報としてここに取り上げた「携帯電話の料金プラン」と「複利計算：預金，ローン，年金」は、身近なテーマというだけでなく、最近、不就業志向の若者が増加している事も考慮し、基礎的な計算を実行して行くうちに、節約と勤勉が大きな金銭上の結果を生むことを認識してもらう狙いもある。

授業の概要

次に数学教育Ⅰ、Ⅱに関する授業概要を簡単に記すと、

- 授業は数回シリーズによって一つの話題が終了するように構成する。
- 毎回の授業では、テーマの流れに沿った小課題を提示し、それに対する分析方法と計算の一例を、資料として配布している。
- レポートは各テーマの最終回に提出するものとしているが、内容は、それまでの小課題を系統的に組み合わせ、導入部と考察を付け加えて、構成できるようにしている。
- 成績評価は主にレポートに対して行い、課題達成度、努力度、独創性の三視点に分け、各々A、B、Cの三段階評価をおこなっている。

1. 携帯電話の料金プラン

1.1 目的

携帯電話の料金プランの比較は、複雑に見えるが、ある条件を付け、一次関数モデルを適用することによって、グラフによる単純比較が可能となる事を示す。これによって、数

* 茨城キリスト教大学 文学部 非常勤講師

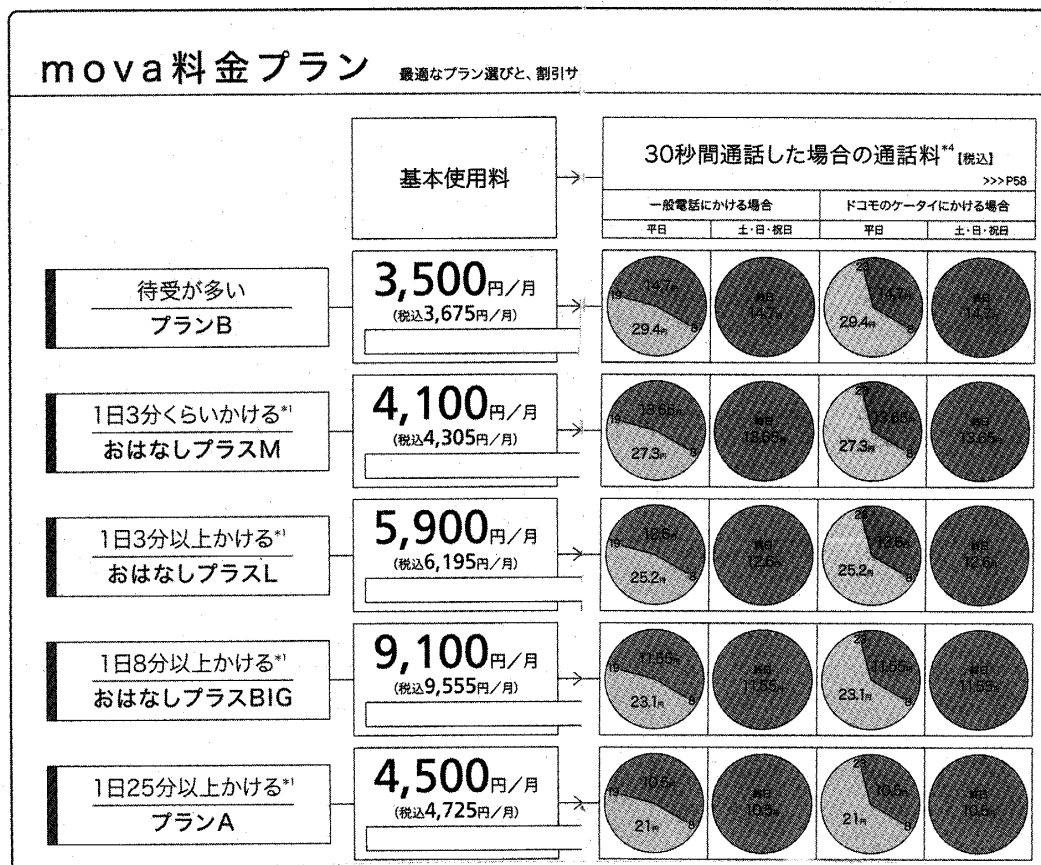
学モデルの有効性を認識すること。さらに、各自の利用状況に合った料金プランを選択しているか否かのチェックを通じて、使用時間自体に対しても一般的な節約の考えが大切であると認識すること。

1.2 授業内容

以下に料金プラン比較のための方法、手順を示す。なお、携帯電話を使用していない学生の場合も、不都合がないように、課題に自由度を持たせている。

- 対象とする携帯電話のメーカーを各自、自由に決定する。
- 料金プランの詳細が述べられているカタログなどの資料を各自で収集する。図表 1.1 に、カタログ資料の一例として、配布したものを示す。
- 通話時間帯、割引制度などの利用形態を決定する。つまり、利用形態を変化させない事によって、対象を料金プランの比較だけに単純化する。
- ある料金プランは、縦軸を料金、横軸を通話時間としたとき、一次関数のグラフとなる事を示す。図表 1.2 は計算例として配布したものである。
- 最適な料金プランを選択するには、予想される通話時間に対して、最も下の位置にある一次関数のグラフを選べば良い。この一例として、配布したものを図表 1.3 に示す。

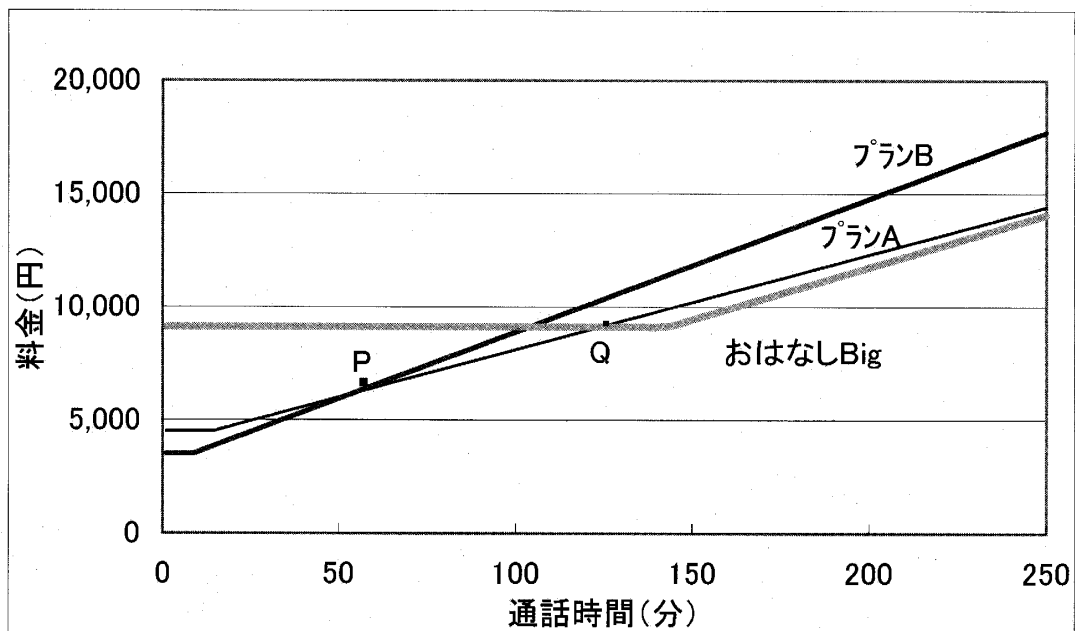
図表 1.1 料金プランに関する資料一例



図表 1.2 料金プランの関数計算例

通話料金=1分の料金*通話時間(分)+定数 $y = A * X + B$			
	プラン A	プラン B	おはなし BIG
基本料金	4500円	3500円	9100円
無料通話(円)	600円	500円	6600円
追加料金	30秒で21円	30秒で29.4円	30秒で23.1円
追加料金(円/分)	21円*2=42円/分 勾配 A=42	29.4円*2=58.8円/分 A=58.8	23.1円*2=46.2円/分 A=46.2
無料通話の時間(分)	600/42=14.3分	500/58.8=8.5分	6600/46.2=142.9分
追加料金の開始点	x=14.3分 y=4500円	x=8.5分 Y=3500円	x=142.9分 Y=9100円
開始点の座標を Y=Ax+B に代入して 定数Bを求める	$y = Ax + B$ 4500=42*14.3+B B=3900	$y = Ax + B$ 3500=58.8*8.5+B B=3000	$y = Ax + B$ 9100=46.2*142.9+B B=2500
直線の方程式 (1),(2)で折線となる	(1) $Y=42X+3900$ ただし $x > 14.3$ 分 (2) $y=4500$ (一定) ただし $0 < x < 14.3$ 分	(1) $Y=58.8X+3000$ ただし $x > 8.5$ 分 (2) $y=3500$ (一定) ただし $0 < x < 8.5$ 分	(1) $Y=46.2X+2500$ ただし $X > 142.9$ 分 (2) $y=9100$ (一定) ただし $0 < x < 142.9$ 分

図表 1.3 料金プランの比較図一例



- f. 通話以外の料金である、パケット通信料については例年取り上げていない。これは、一次関数の応用という目的からは、モデルが複雑となるためである。

1.3 レポート評価の視点

レポートを評価する際の視点について述べると、

- a. 分析の流れがはっきりしているか。
- b. 必要な資料が収集されているか。また、その資料のうち、各自の分析のため、使用された範囲が明らかになっているか。
- c. 資料の数値を加工して、通話時間と料金との関係を示すグラフを描くまでの過程が示されているか。
- d. 料金プランに対応した一次関数のグラフが正しく描かれているか。配布資料に例示されたものがあるので、一見これは簡単のように思えるが、料金、通話時間ともに数値の変化範囲が広いと、本質的な理解が必要となる。
- e. 最適な料金プランが通話時間との関係において、示されているか。これは図表 1.3 において、点 P, Q が示すように、次の料金プランへの乗り換え点で、一次関数同士の交点として正しく計算されているかに依存する。
- f. 計算過程で気付いた点、疑問点、あるいはこのようなモデル化に対する感想など、各自の考察が行われているか。

1.4 結果：レポートを見て

提出されたレポートから、例年、共通的に見られる特徴、あるいは年度による変化をまとめると、

- a. 資料調査の重要性：携帯電話のテーマに関する当初の年度においては、一次関数のグラフを描くための計算に主力が置かれていて、高校教育の延長のような、答案型のレポートが多かった。ここ 2, 3 年は、資料調査から始まって、自分の視点による分析が基本である事を予め強調した結果、資料調査にも重点が置かれ、ミニ論文としての流れが良くなって来ている。
- b. グラフの描写力：白紙の状態からグラフを描くのに、当初どの学生も困難を感じているが、基礎力に学生間の差が大きい。料金、通話時間など、変化範囲が大きい数値を扱うとき、間違いに早く気付くか否かに差が出てくる。また、目盛を等間隔に設定しないため、苦労している例も例年見受けられる。
- c. グラフの適用範囲：描写したグラフの有効範囲は、どの学生も直感的に理解しているが、関数式における適用範囲と、グラフとの関係について、把握していない場合が多い。最近、注意事項として公共料金一般と同じく、通話料金は、基本料金と追加料金とに分かれ、一次関数は追加料金の部分である事を強調している。
- d. 実益：感想の中には「今まで適当に決めていた料金プランだったが、今回の結果を利

用すれば、自分の場合、毎月 1000 円程度の節約になる事が分かった。」という趣旨のものがあリ、実益への興味がうかがわれる。

- e. 課題：通話料金だけでなく、文字データなどの通信料も含めて、料金プランを比較しようと努力しているレポートも最近見受けられ、更なる応用への挑戦となっている。今後このような学生に対応した、オプション的な課題の必要性も感じる。

2. 複利計算 (預金, ローン, 年金)

2.1 目的

金融関係の利息計算の基本である複利方式に慣れることによって、各自の将来プランを具体的数値をもって描き、その過程において勤勉と節約の大切さを認識する事。

いわば、人生ゲームの金融版シミュレーションである。

2.2 授業内容

a. 預金計画

自分が将来希望する職業を想定し、家庭を持つ以前の期間、たとえば 15 年間で 1000 万円貯金できるか否かを検討する。この際、参考用に、預金計画の一例 (図表 2.1) と、以下の資料とを配布している。

- ・職業別年収表 (図表 2.2)
- ・単身者の生活費を項目別に
- ・最近の長期金利
- ・税金などの天引き率

b. 住宅ローンの返済

預金計画時と同様の職業を想定し、家庭を持ったとの条件において、約 2000 万円前後の住宅ローンを組む事を仮定する。これを約 15 年から 20 年で返済可か否かを検討する。この際、参考用に返済計画の一例 (図表 2.3) と以下の資料とを、分析に必要な範囲で配布している。

- ・最近の住宅価格
- ・最近の住宅ローン利率
- ・一般世帯の生活費を項目別に

c. 国民年金

退職後、年金生活者となった時の想定で国民年金について検討を行う。ただし将来の年金額は現行制度上、未定である。そこで、支払い義務の生じている期間、自分の預金として積み立てたと考え、これを原資として、将来に渡って年金の保証を得るとの仮定を設けた。この仮定により、現時点での国民年金の予定利率を推定する事が可能となるので、他の年金制度と比較するなど、個人の将来計画の目安となる。そこで、この仮定の下で算出した国民年金の支払い額と受給表 (図表 2.4) を資料として配布し、これに

図表 2.1 預金計画一例

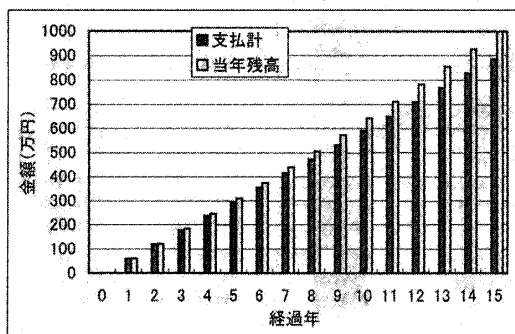
就職してから3年目、下宿生活のトム君は、家電製品、車など一応買い揃え、一方、仕事にも慣れてきた。今25歳、将来自分の家を将来購入するため、40歳までの15年間に1000万円貯める事を目標とした。低金利時代なので、国内では、最も利率が良く、しかも安全な、国債(日本政府に預金すること)に決めた。さて、毎月一定額を預金する計画のとき、その額は、実現可能な範囲となるだろうか、まずは分析してみた。ただし、国債の利率は年1.5%で、15年間一定と仮定した。また、細かい生活費は、大まかに仮定した。

平均月収:	250,000 (手取額、ボーナスは含まず)
住居費:	70,000
食費、雑費:	100,000
教養娯楽費:	30,000
差引き	50,000

利息 = $0.015 \times (\text{①} + \text{③})$
 当年残高 = $\text{①} + \text{③} + \text{④}$

年利率 = 0.015
 年預金額 = 590,585 月預金額 = 49,215

年	① 年支払	② 支払計	③ 前年残高	④ 利息	⑤ 当年残高
0					
1	590,585	590,585	0	8,859	599,444
2	590,585	1,181,170	599,444	17,850	1,207,879
3	590,585	1,771,754	1,207,879	26,977	1,825,441
4	590,585	2,362,339	1,825,441	36,240	2,452,266
5	590,585	2,952,924	2,452,266	45,643	3,088,493
6	590,585	3,543,509	3,088,493	55,186	3,734,264
7	590,585	4,134,093	3,734,264	64,873	4,389,722
8	590,585	4,724,678	4,389,722	74,705	5,055,011
9	590,585	5,315,263	5,055,011	84,684	5,730,280
10	590,585	5,905,848	5,730,280	94,813	6,415,678
11	590,585	6,496,433	6,415,678	105,094	7,111,356
12	590,585	7,087,017	7,111,356	115,529	7,817,470
13	590,585	7,677,602	7,817,470	126,121	8,534,176
14	590,585	8,268,187	8,534,176	136,871	9,261,632
15	590,585	8,858,772	9,261,632	147,783	10,000,000



考察

- ・生活費の差引額は 5万円の余裕と計上されていたが、毎月の預金額は殆どこれに一致し、話が良過ぎる？
- ・月収の値は25から40歳の平均としては、控えめ。多分手取30万円程度と推定。
- ・年100万円程度のボーナスの使い道としては、親への仕送り、海外旅行などを想定。
- ・お洒落、飲み代、車などの贅沢を控えれば、結構貯金が貯まるものだ。

図表 2.2 預金計画一例

Ranking 1 60職種 推定年収ランキング (民間企業の社員対象)									
順位	職種	①調査対象労働者数(人)	②平均年齢(歳)	③推定年収(万円)	④現金給与額(万円)	⑤年間賞与・その他特別給与額(万円)	順位	職種	①調査対象労働者数(人)
11	自動車組立工	3,349	36.8	541	35	118	1	航空機操縦士	292
12	各種学校・専修学校教員	4,227	41.6	539	35	118	2	勤務医	6,138
13	システムエンジニア	25,295	33.5	533	36	100	3	大学教授	4,408
14	薬剤師	4,549	37.8	515	35	96	4	記者	1,873
15	一般化学工	4,405	38.8	510	34	98	5	高等学校教員	7,971
16	臨床検査技師	3,923	37.4	505	33	105	6	航空機客室乗務員	589
17	農林工	1,656	40.7	502	35	85	7	電車運転士	2,947
18	機械修理工	5,606	38.6	492	33	90	8	一般建築士	2,797
19	機械製図工	4,719	35.4	482	34	78	9	電單車掌	2,128
20	半導体チップ製造工	3,672	34.5	482	33	83	10	診療放射線・診療エックス線技師	3,002
21	看護師	43,013	35.8	464	32	85			
22	金属塗装工	2,480	41.1	462	32	74			
23	クレーン運転工	3,183	43.0	460	35	44			
24	自動車外交販売員	6,960	36.1	455	31	86			
25	オフセット印刷工	4,284	37.9	453	32	64			
26	営業用バス運転者	7,980	44.6	452	32	73			
27	営業用大型貨物自動車運転者	35,526	43.6	451	35	37			
28	測量技術者	2,443	37.3	435	31	65			
29	旋盤工	4,368	42.1	432	31	59			
30	機械組み立工	10,186	40.3	429	30	67			
31	板金工	3,595	41.4	426	31	48			
32	合成樹脂製品成形工	6,640	39.5	425	30	63			
33			

表の作成方法と見方

厚生労働省の「賃金構造基本統計調査」(2004年)から60職種をピックアップし、推定年収を算出した。基本的に民間企業の社員(一般労働者)が対象。現金給与額は基本的に6月分として支給された給与。税引き前で各種手当や超過労働給与額を含む。

推定年収、現金給与額、年間賞与その他特別給与額は1万円未満四捨五入。推定年収=現金給与額×12ヵ月+年間賞与その他特別給与額

$$\textcircled{3} = \textcircled{4} \times 12 + \textcircled{5}$$

対して、次の点を考察課題とした。

- ・生涯、年金用に支払った金額の合計、利息の合計について
- ・平均寿命まで生きたと仮定したときの、受取った年金総額
- ・長生きした場合、早死した場合の損得
- ・年金制度が必要である理由

2.3 レポート評価の視点

- 実務的な事であるが、給与収入について社会習慣上の表現を理解しているか。たとえば、税込収入と税引き収入の区別などが、自分の表現の中でなされているか。これらの用語には、学生生活ではあまり接する機会がないが、社会において、数字が関係する時の一般用語を、感覚的に把握する事が望ましいと考えているからである。
- 生活費の資料は、勤労者の平均的な数値なので、利用の際には自由度を持たせている。個人の考えで適当に上下した場合、その考えが明記されているか。これは生活費に限らず、分析における判断基準の明確化を期待しているからである。
- 預金、ローンについて、実際に支払った金額と、利息との大小比較が、利率との関係において考察されているか。これらの金額は学生にとって扱ったことのない額である

図表 2.3 住宅ローン返済計画の一例

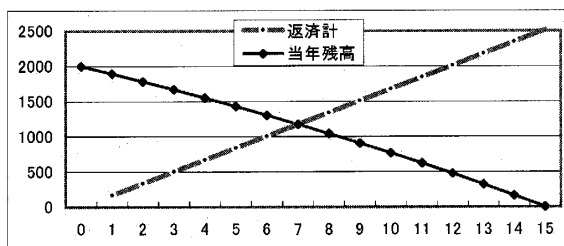
トム君は数年前に結婚して、40歳となった。この15年間は、預金で多少窮屈だったが、目標を達成できたのも、共稼ぎによるためだった。それと言うのも、共同生活によって、住居費が半減したからである。

さて、収入も安定した今、家族も増えたので、多少無理しても、住宅をこの際、購入する事にした。

総費用3000万円として、2000万円のローンを、やはり15年間で返済する事とした。そうすれば、55歳でローンが無くなるので、定年を待たずに自由な生活ができるというものだ。しかし、本当にうまく行くだろうか？

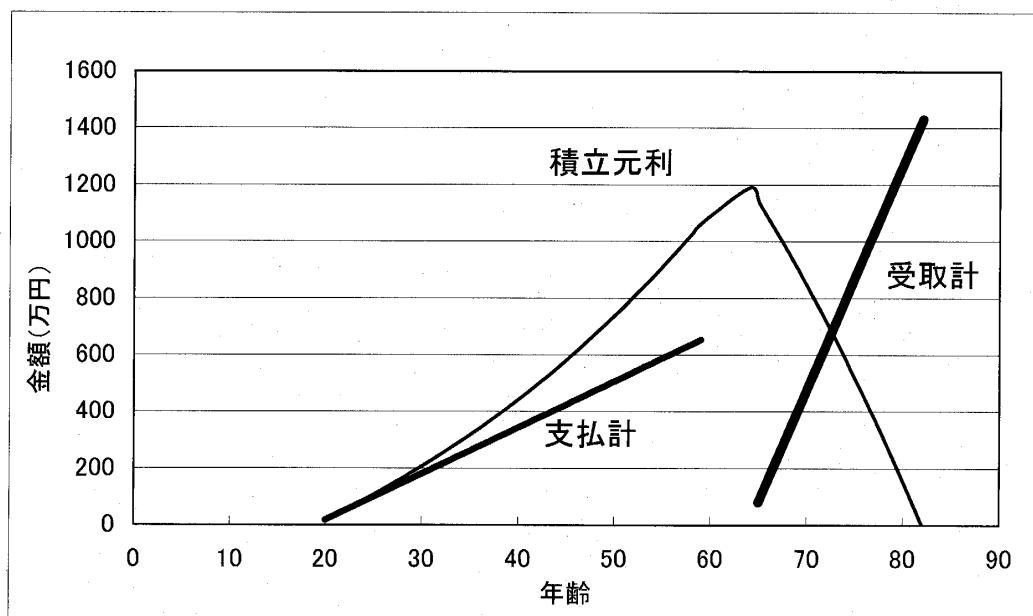
トム君の平均月収は、40万円(手取り、ボーナス平均化)、NGOに勤める奥さんの月収10万円としておく。

年利率＝		0.03			
年返済＝		1,675,332		月返済＝ 139,611	
年	前年残高	利息	返済計	当年残高	月収(手取、ボーナス込)
0				20000000	500,000
1	20,000,000	600,000	1,675,332	18,924,668	食費: 100,000
2	18,924,668	567,740	3,350,663	17,817,077	光熱, 衣服, 雑貨: 60,000
3	17,817,077	534,512	5,025,995	16,676,258	交通, 通信: 50,000
4	16,676,258	500,288	6,701,326	15,501,214	教養, 教育: 40,000
5	15,501,214	465,036	8,376,658	14,290,918	他(交際, 小遣): 80,000
6	14,290,918	428,728	10,051,990	13,044,314	残: 170,000
7	13,044,314	391,329	11,727,321	11,760,312	
8	11,760,312	352,809	13,402,653	10,437,790	
9	10,437,790	313,134	15,077,984	9,075,592	
10	9,075,592	272,268	16,753,316	7,672,528	
11	7,672,528	230,176	18,428,648	6,227,372	
12	6,227,372	186,821	20,103,979	4,738,862	
13	4,738,862	142,166	21,779,311	3,205,696	
14	3,205,696	96,171	23,454,643	1,626,536	
15	1,626,536	48,796	25,129,974	0	



- 考察 1. 毎月の残からローン返済を引いても、約3万円残るので、この計画は、一応実現可能と見れる。
2. 月収は、ボーナス込なので、毎月3万円以外の貯蓄はできないと言う点で、計画に余裕は少ない。
3. 資料8、一般世帯の消費支出のうち、住居費は、住宅ローンに変わるので、計上しなかった。
4. 子供が全員、私立高の場合は、教育費が増大するだろうから、何とか勉強させて、公立高校にしたい。
5. この計画どおり行けば、55歳からはローン無しの生活なので、早期退職、独立事業の夢が実現しそう。

図表 2.4 国民年金の支払い額と受取額



だけに、数字の列挙よりも直感的な理解を期待している。

- d. 年金については、そのような制度が必要な理由の考察、国民年金制度については利点と欠点、個人的な感想など、内容を理解した上での考察がなされているか。

2.4 結果：レポートを見て

- a. 目的の理解：本テーマの目的である、複利計算の方法は良く理解されている。もう一つの目的である、給与所得者としての勤勉と節約への努力は、意外な貯蓄を生む事についても感想などから、多くの学生に理解されたと思われる。
- b. 資料への注意力：一例として、職業別の年収資料を読み取る際に、予め注意した項目の確認が不十分であることが目立った。一般に印刷物に対しては必要な注意力を持って読まなければならないよう、今後工夫をしたい。
- c. 数学の基礎力：利率などの％表示と、小数表示との対応が完全とは言えない例が、毎年見受けられる事など、実用的な分野全体における基礎数学力確認の必要性を感じる。
- d. 計算ソフトの利用：課題は手計算で対応できる範囲としているが、表計算ソフトを利用したレポートが徐々に増えている。ここでの問題点は、ソフトの操作に時間と注意力が注がれる為か、結果に対する検討と考察が不十分となる傾向がある。また、少数ではあるが、計算命令の指定ミスなどに気付かない例が見受けられる。今後このよう

な傾向は増えると思われるので、対策を考えたい。

あとがき

今回取り上げた携帯電話と複利計算の両テーマ共、数学の実用的価値の認識という、当初の目的だけでなく、勤勉と節約の再認識という、最近付加した目的も有しているが、レポートの内容を見る限りでは、両方とも一通り達成されていると思われる。以下に、授業中気付いた点、レポートを見て気付いた点をまとめると、

- あるテーマの目的を実現するため、資料などが与えられたとき、それを十分に読解する力、多分面倒がらずに読もうとする忍耐力に不足を感じる。
- 実社会において、最低必要と思われる基礎数学力がどの程度あるかを知る必要性を感じる。すなわち、中学校以前の内容、例えば割合の計算、比例式などに関する完全な理解と応用力とが望まれる。
- 表計算ソフトを利用したレポートは、現在2割程度であるが、大多数がそのようになる年も近いと思われる。計算結果をスマートに表示して終わりという傾向になりがちであるが、分析の目的は、その流れの中で、計算結果をどのように解釈、考察するかにある事を注意していきたい。
- 課題達成型の授業内容をとってきたので、学生の自由度が多い反面、教室がにぎやか過ぎる傾向があるので、集中して作業を行えるような環境を工夫したい。
- 授業は全体的な説明の後、各自の分析作業が中心となる形式をとっているが、学生間の理解度に差が大きいので、個別説明が欠かせない。この点に対しても小規模大学の利点を生かすよう、努力していきたい。

文献

- (1) 厚生労働省：賃金構造基本統計調査 2004 年
- (2) ダイヤモンド社：給料全調査 2005.6.18 号
- (3) 国勢社：日本の 100 年 第 11 章国民の生活 勤労者世帯の収入と支出
- (4) 総務省：家計調査年報（全国勤労者世帯）1985～2002
消費支出と非消費支出および費目別平均支出の項
- (5) 総務省：家計調査（単身世帯）結果の概況 平成 15 年速報
- (6) 日本銀行情報サービス局 金融広報中央委員会：暮らしと金融なんでもデータ

Mathematical Education for the Students of Social Science and Language Courses

Tsutomu Doi

This report is one part of what the author has produced for the mathematical education classes since 1997. In this paper the focus is on two themes: one is “Selection of the best charge plan for my cell phone use” and the other is “Compound interest on banking: savings, loan, pension”.

The purposes of the two themes are to let the students recognize the usefulness of mathematics for life and to recognize the importance of being diligent and economical. Having read the reports from the students, it can be said that both purposes are basically achieved. The following are what the author has noticed about the reports during these years.

- Careful examination on the data is expected for the students when materials are given.
- Basic mathematics is not satisfactorily understood. For educational strategy, some kind of investigation is needed.
- The reports utilizing computer software EXCEL have been increasing. There are still some cases without sufficient check of the input data. Reports should carry more discussion than smart calculation results.