

児童教育特講（理数系）の授業研究（1 報）

土 井 努*

はじめに

本稿は筆者が2002年から受持っている児童教育特講，後期用の一部をまとめたものである。この講義は数学の総まとめ的な意味があるので，内容は理数系で興味を引きそうなテーマを採用している。

各テーマは資格試験の過去問と関連する分野から選び，講義と並行して，教室でできる簡単な実験を手作り機材を利用して行っている。実験を通じて，理論の価値に気付くような，何かの感動を期待しているが，さらには将来，身近の課題一般に対して基本原理の面から掘り下げようとする動機になればと思っている。

この報告では，まず三角比の応用として樹木の高さを測ることを取上げ，気分転換的な屋外授業を通じ，三角関数の実用性を学ぶ。つぎに経験的には明らかな，浮力現象について，逸話の課題を解決する形式で現象と理論を学ぶ。最後に空気について取り扱い，冷たい空気は重い事を実験から確かめた後，一見困難と思われる空気の重量測定に挑戦する。

1. 三角関数の応用 ―樹木の高さ測定―

三角関数，簡単には三角比の概念は，歴史的には建造物を製作するため，自然に発生した数学的な考えといえよう。一方，高等学校では三角関数として，いきなり \sin ， \cos ， \tan などの名前が出てくるので，親しみにくい感じがするが，たとえば建築物の屋根を作るため，必要となる各部材の長さを考えれば，三角比は大変実用的である事がわかる。

1.1 三角比の数表作り

授業では三角比，すなわち直角三角形の三辺の比をまず考え，これを手計算で求める事によって，出発点として三角関数を理解する手助けとしている。そして各自の計算における考えが正しかったことを，数表による値と比較，確認する。

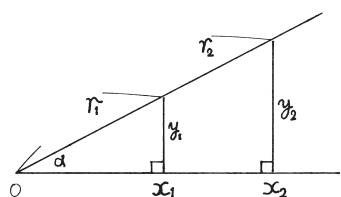
三角比の定義

図表1.1における直角三角形において，角 α （直角の左側）を決めれば，底辺 x ，高さ y ，斜辺 r の間には次のような関係が成り立つ。

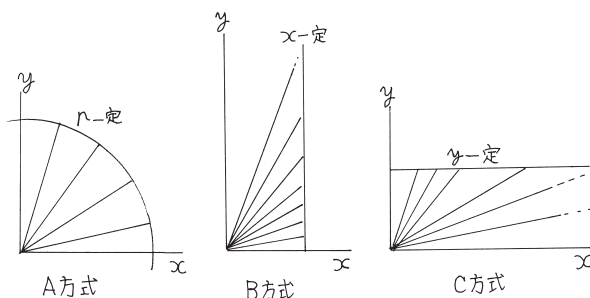
高さ／斜辺 $=y/r$ この三角比は $\sin(\alpha)$

底辺／斜辺 $=x/r$ この三角比は $\cos(\alpha)$

高さ／底辺 $=y/x$ この三角比は $\tan(\alpha)$



図表1.1 三角比の定義



図表1.2 三角比の作り方

数表作り

分度器によって角度を方眼紙上に取り、角度ごとに底辺 x 、高さ y 、斜辺 r の長さを定規により計る。このとき、実測と計算の精度面から、図表1.2に示す3方式のうち、角度ごとに都合の良い方式を考えながら選択する。

次に定義に従い、三角比を計算することによって、各自の工夫で図表1.3のような数表を完成する。実測時の誤差を考え、計算は小数以下3桁としている。また数表の計算において意識すべき点は 0° と 90° における極限の考え方と、これに関係する計算精度であるが、高校までの課程では計算精度を考慮する事はほとんど無いので、改めてここで取上げた。具体的には次のようにまとめられる。

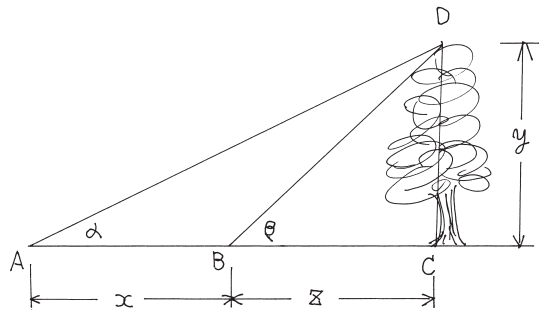
- ・ 角度が 0° 付近と小さい時、高さ y が小さくなるので、 \sin 、 \tan の精度が悪くなる。
他方、図表1.2の方式aでは、底辺 x と斜辺 r の長さは互いに近づくので、 \cos は1に近づくと考え。
- ・ 角度が 90° 付近と大きい時、高さ y が非常に大きくなるので、実測できないか、または \tan は非常に大きい値をとる事が推定できる。他方、上述の方式aでは、高さ y と斜辺 r の長さは互いに近づくので、 \sin は1に近づくのがわかる。

図表1.3 三角比の計算用データシート

←----- 実測 -----→				←----- 計算 -----→		
角度 $^\circ$ ↓	斜辺 r	高さ y	底辺 x	$\sin=y/r$	$\cos=x/r$	$\tan=y/x$
0						
10						
.....						
70						
80						
90						

1.2 樹木の高さ測定

三角関数の応用実習として、大学キャンパス中庭で手ごろな樹木の高さ測定をおこなっている。条件は、樹木の根元には行けないものとするが、その為に2箇所で角度を測定する必要があるそうなのが推定できよう。次に示すような手順で、各自が公式の誘導と確認をした後、実測を行っている。



図表1.4 樹木の測定

公式の誘導

測定する項目 距離 x ，角度 α ，角度 β

未知数 高さ y

仮定する変数 距離 z (後に消去される。)

$\triangle DAC$ において、 $y = (x+z) \tan \alpha$

一方 $\triangle DBC$ において、 $y = z \tan \beta$

これらの式から、 z を消去すれば、次の公式が得られ、樹木の高さ y がわかる。

$$y = x \cdot \tan \alpha \cdot \tan \beta / (\tan \beta - \tan \alpha)$$

角度の測定

上の公式を利用するため、角度などの測定は、まず机上で図表1.4に準じた図を各自描き、 α 、 β 、 x を定規で測定することから始めている。これにより精度を大きく左右するような測定値についての感覚を得る事が出来る。

机上計算の後、屋外での実測を行うが、このとき使用する道具は、

三脚、水準器、スチール製分度器を改造した角度測定具、巻尺他

高さの計算

屋外では同一の目標物を対象に、測定地点を変えて3回測定している。これは机上で行った精度の検討について実感するためである。なを、1回の測定を行ったら、すぐに結果を計算できるよう、データシートを用意している。

授業を行っての感想

数年間継続して来たこのテーマについて細かい方法は変化したが、学生の反応のうち、共通するものを記すと、

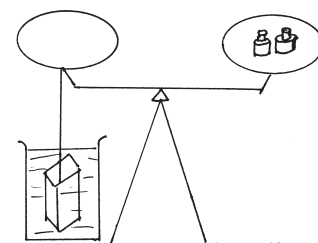
- ・ 教室における授業から、屋外に出ることで気分転換になっている。
- ・ 広い屋外においては、思考がまとまりにくい傾向が多々見られるので、常に手元に置けるように、見取り図対応のデータシートの必要性を感じる。
- ・ グループとしての共同作業が非常に大切なので、個人ワークの多い大学生活と異なる味をそえている。
- ・ 1グループ2，3人程度で構成し、忙しいくらいの方が良い。

2. 浮力と比重 — アルキメデスと王冠の話 —

ギリシャ時代アルキメデスは王冠が本物の金かどうか確かめるよう命令された時、王冠の比重を測定する事によって、純金でない事を確かめたという話があるが、この古典的な命題を解決するための手順を考える。すなわち授業では実験を通じて、感覚的に浮力と比重を理解し、その原理を学ぶ。



図表2.1 浮力の測定情況



図表2.2 水中での重量測定

2.1 物体の比重測定

実験の背景理論は次の3項目であり、物体は水中に全部ひたすが、宙吊状態とする。

- ・ 物体に働く浮力＝物体本来の重量－物体の水中での重量
＝物体の体積に相当する水の重量
- ・ 物体の密度＝重量／体積
- ・ 比重＝同一体積の水に対する、物体の重量倍率
水の密度を1.0とすれば、比重と密度は同一数値となる。簡単のため、ここでは密度と比重とは特に区別しない。

以上の基礎知識を元に、浮力、密度について計算値と実験値とが一致するのを確認する。具体的には、体積が容易に計算できる形の物を実験に用いて、浮力が体積相当の水の重さとなっている事を確認する。また密度については実験による値と、資料による値とが一致する事を確認する。

実験で水中に沈める物体としては、体積が計算できる形状かつ、密度が異なるような物で、一例として、消しゴム、アルミの棒、コーティングを施した鉛を選んだ。主な実験器具として、水中の物体重量が測定できるように工夫をした上皿天秤を用いた。実験の手順は、図表2.3に示すようなデータシートを完成させる順で進める。

図表2.3 浮力と密度の測定データシート

↓測定項目 対象物→	消しゴム	アルミの棒	鉛
a. 空気中の重量 (g)			
b. 水中の重量 (g)			
c. 浮力=a-b (g)			
d. 実験による体積a-b (cm ³)			
e. 形状による体積 (cm ³)			
f. 実験による密度=a/d			
g. 資料による密度(g/cm ³)			

以上の実験から、アルキメデスに課せられた王冠の材質が金であるかの問題は解決する訳であるが、精度上、多少工夫する必要があると思われ、これについては、2.3節で考えたい。次に同じ装置を用いて、簡単に液体の比重が測定できるので、資格試験などで難問に属するこの問題を、実験を通して理解することにしよう。

2.2 液体の比重測定

前の実験では物体の密度（比重）を求めたが、ここでは同じ装置を使って、液体である、塩水とアルコールの比重を求める事を考える。海の方がプールより泳ぎ易い理由として、塩水の方が浮力が大きいためである事は、日常の経験則から知られている。そこで前節と全く同様の方法、すなわち液体中に物体を宙吊状態で完全に沈め、このとき働く浮力の大きさを測ることによって、その液体の比重を求める事を考える。

前節の実験で確認したように、物体に働く浮力とは、物体が押しのけた、液体の重量であるが、この理由は沈めた物体の全体を液体に置き換えて考えると、浮力は液体の圧力差に帰因する事が説明される。圧力は重量によって発生するので結局、浮力は当該部分の液体重量となるからである。前節の実験はこの物理現象を直観的に理解するためのものであった。これらを液体の比重を測定するための理論項目としてまとめると、

- ・物体に働く浮力＝物体と体積が同じ液体の重さ
- 一方、液体の比重は、密度の定義式を用いて、
 - ・液体の比重＝物体と体積が同じ液体の重さ／物体の体積
 これらより、
 - ・液体の比重＝物体に働く浮力／物体の体積
 - ＝（物体本来の重量－物体の液中での重量）／物体の体積

つまり、ある液体の比重を求めるには、液体中に沈めた、任意の物体に働く浮力と、体積を測ればよい事になる。そこで実験の手順は、図表2.4に示すようなデータシートを完成させる順で進める。

図表2.4 液体の比重測定

↓実験項目	液体→	塩水（比重1.2目標）	エチルアルコール
a. 物体本来の重量（g）			
b. 液中の重量（g）			
c. 浮力＝a－b（g）			
d. 物体の体積（cm ³ ）			
e. 液体の比重：c/d			
f. 〃 （資料による値）			

*液中にひたす物体は、予め決めておく。

*比重1.2の塩水は、一例として、30gの食塩を150gの湯に溶かすなど。

ただし、溶かした後、体積が変わるので、測定し直す。

2.3 体積のより正確な測定

ここでアルキメデスの王冠の話に戻ると、2.1節のような方法で原理としては、王冠の体積と重量を測定し、純金かどうか判断する事が出来るわけであるが、このとき複雑な形状である王冠の体積を計る方法として、王冠を水中に沈め、溢れた水の体積を計ることが一般に言われているが、これで王冠の体積を十分な精度で計れたであろうか？ここでは水中に沈めても良い物体を対象に、精度よく体積を測定する事を考える。

仮定：水中に沈めても良い物体を対象とする。

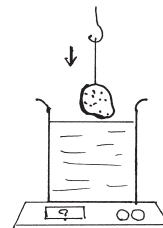
古代に用いられたような吊下げ型天秤でなく、上皿型天秤を利用する。

課題：

- ①ある物体を宙吊り状態のまま水中に沈めると（図表2.5）、水を入れた容器全体の重量測定値は大きくなるか？
- ②複雑な形状をした物体の体積を計る方法は？

答：

- ①宙吊り状態の物体に対して、水は浮力を与えた。これを力の作用反作用の原理から見ると液体である水でも、同じ大きさの反力を受け、その分、水を入れた容器の重量測定値は物体を沈める前に比べ、大きくなる。
- ②水中に宙吊り状態で物体を沈め、これによる重量増加分（g）が、物体の体積（cc）となる事を利用すれば、重量測定の精度は±0.1g程度が期待できるので、体積も±0.1cc



図表2.5 浮力の反作用

程度の精度で計れる可能性がある。

以上の方法に従えば、ある物体を水中に沈められる場合、その物体の体積を正確に測定できるので、比重も正確に計算できることになる。一方、古代における天秤は吊下げ式であったと思われ、従って手軽に水中に宙吊状態の物体重量が計れたであろう。よってアルキメデスは吊り下げ式天秤を用いて王冠の比重を正確に計算し、それが純金か否かを判断したのであろう。逆に現代では、上皿式天秤が一般的なので、上述のように反力を応用した方法によれば、浮力を正確に測定できる事になる。

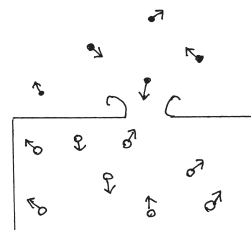
教室での感想

- ・重力ある所では水の深さによって圧力差が生じるが、これを原因として浮力が生じている事は、あまり知られていないように思えた。
- ・一方、水中における作用、反作用については、実験によって始めて理解されたようだが、浮力については水泳などの日常的な経験から、現象としては理解されやすかった。
- ・実験に用いた、3種類の物体の比重については、2桁の精度で一般資料と一致させる事が出来た。実験では、感動を与えるような精度を実現する事が大切だと感じた。

3. 空気の重量測定 — 冷たい空気は重い —

3.1 低温空気の重量変化

冷たい空気は重いので、足元にたまり易いという現象は日常経験することである。一般に、気体は低温になると重くなるが、この時の条件は体積と圧力が一定な事である。授業ではペットボトルなどの容器に、冷たい空気を入れると、容器は通常の時より重くなっている事を実験的に確める。なお、理解を優先するため、重量と質量とは区別せず、また、難解との先入観がありがちなモル数を説明に用いる事を避け、重量比（対標準状態）を用いた。



図表3.1 気体の分子運動

低温の空気が重い理由

- ①気体は、これを構成する分子間の距離が大きいので、分子は自由に飛び回れる状態にある。（液体や固体を構成する分子は詰まっているので、自由には動けない。）
- ②圧力とは、分子が容器の壁面に衝突する力の総和として生じたものである。
- ③低温になると、分子運動が弱まる。よって壁面への衝突力も弱まり、圧力が下がる。
- ④圧力が低い容器内に、外から分子が入る、つまり分子個数ひいては質量が増す。

気体の状態方程式

授業では蓋を開けた状態の、ペットボトルを冷凍庫中に十分冷えるまで放置した後、蓋を閉めて重量を測定し、冷却する前の重量と比較する。空気は気体であるから、圧力、温度、体積間の関係は式（1）の気体の状態方程式に従うことが知られている。

$$\boxed{P V = m R T} \quad \text{式 (1)}$$

P：考察する空気の圧力(atm)

V：考察する空気の体積(ℓ)

m：考察する空気の標準状態に対する重量比(mol)

R：0.0821 (ここでの単位系における定数)。

T：気体の絶対温度 (° K) 0 (°C)=273(° K)

なお標準状態の空気とは、0℃、1気圧、22.4ℓの空気である。また、室温における記号には添字0、冷却時には添字1を用いて実験条件を区別する。

実験への応用

つぎに、状態方程式の実験時における未知数と定数を区別すると、

定数：V=1.5(ℓ) 実験に用いたボトル容積

P=1(atm) 大気圧

R=0.0821 ここでの単位系における定数(前出)

T 室温(20℃)および冷却空気(−20から−40℃)の絶対温度

未知数：m ボトル内空気の、標準空気に対する重量比。(mol)

室温下： $m_0 = W_0 / W$ 、低温下： $m_1 = W_1 / W$

W 標準空気の重量(g)

W_0 室温におけるボトル内の空気重量(g)

W_1 低温下におけるボトル内の空気重量(g)

空気の冷却過程

まずボトルの蓋を開けた状態で冷却する事を考えると、圧力P、体積Vは一定のままで、温度T、重量比mが変化すると考えられるから、

室温 T_0 において状態方程式は $P V = m_0 R T_0$

低温 T_1 において状態方程式は $P V = m_1 R T_1$

両式より共通であるP、Vを消去して $\boxed{m_1 / m_0 = T_0 / T_1}$ 式(2)

この式は重量比と絶対温度の比は反比例することを示している。

重量比の定義より $m_0 = W_0 / W$ 、 $m_1 = W_1 / W$

これを式(2)に代入すれば $\boxed{W_1 / W_0 = T_0 / T_1}$ 式(3)

これより、標準空気の重量Wはキャンセルされ、結論として、空気が低温で重くなるときの、室温時重量に対する倍率 W_1 / W_0 は、絶対温度の比 T_0 / T_1 と反対である事が分る。

実験での測定項目

実験で直接空気の重量 W_1 、 W_0 を測定する事は困難であるが、低温による重量増加分 W_1

－ W_0 ならば容器重量は差し引かれるので測定可能である。そこでこの測定値をあらかじめ式(3)を用いて推定しておく事を考える。

・冷却による重量倍率 W_1 / W_0 は式(3)より、温度測定から知る事ができる。

・一方、実験による測定結果である重量増加分を変形して、

$$W_1 - W_0 = W_0 (W_1 / W_0 - 1)$$

・またペットボトル1.5ℓの室温空気重量 W_0 は付録より1.80gと計算されるので、これと式(3)を上式に代入すれば、重量増加分は次のように推定される。

$$W_1 - W_0 = 1.80 (T_0 / T_1 - 1) \quad \text{g}$$

空気の冷却による増加重量の推定値を実験による測定値と対応させて図表3.2に示す。

図表3.2 冷却による空気重量増加の推定値、測定値

冷却温度 T (°C)	推定重量比 (273+20)/(273-T)	重量増加率	重量増加量 (推定) (g)	同測定値 (g)
室温 (+20)	293/293=1.0	0	1.80×0 = 0.000	
－10	293/263=1.114	0.114	1.80×0.114 = 0.205	
－20	293/253=1.158	0.158	1.80×0.158 = 0.284	
－30	293/243=1.206	0.206	1.80×0.206 = 0.371	
－40	293/233=1.258	0.258	1.80×0.258 = 0.464	

3.2 空気の重量を測る

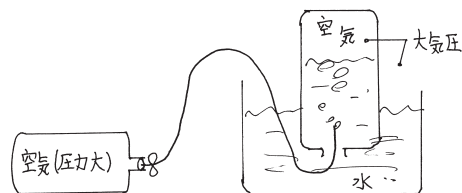
前節の結果わかった事をまとめ、空気の重量を測るための推論を進めると、

- ①1.5ℓの空気を室温の+20℃から－40℃まで冷却した時の、重量増加量が測定できた。
- ②冷却されたボトルの蓋を閉め室内に戻すと、温度上昇のため、空気の内圧が上がる。
- ③この空気を大気圧になるまで膨張させる事を考える。
- ④体積増加量、重量増加量が分れば、空気の重さ（正しくは比重）が計算できる。

よって、体積増加量を実験で測定すればよく、その様子は図表3.3のように、圧縮された空気を水中に放出し、より大きなボトルで受け止めるという方法によった。以下では実験に先立ち、空気の体積増加量を推定しておくため、①～④の過程を考える。

低温空気の重量比 m_1

①に対応した状態方程式中の未知数は、冷却された空気の重量比（対標準状態）であり、これを m_1 、既知数である冷却温度を T_1 として状態方程式を考える。



図表3.3 圧力大の空気を大気圧へ

$$PV = m_1 RT_1$$

これを变形して,

$$m_1 = PV / (RT_1) \quad \text{式(5)}$$

ここで,

$$P = 1 \text{ (atm)}$$

$$V = 1.5 \text{ (ℓ)}$$

$$R = 0.0821$$

$$T_1 = 273 - 40 = 233 \text{ (° k)}$$

これを式(5)に代入すれば $m_1 = 0.0784 \text{ (mol)}$

これが1.5ℓの空気を室温から-40℃まで冷却した後の重量比(対標準状態)である。

室温における圧力上昇

②に対応した状態方程式中の未知数は、冷却された空気を室温に戻した後の圧力Pである。式(1)より

$$PV = m_1 RT$$

$$P = m_1 RT / V \quad \text{式(6)}$$

ここで

$$m_1 = 0.0784 \text{ (mol)}$$

$$R = 0.0821$$

$$T = 273 + 20 = 293 \text{ (° k)}$$

$$V = 1.5 \text{ (ℓ)}$$

を式(6)に代入すれば, $P = 1.26 \text{ (atm)}$

これが冷却空気を室温に戻した時の、ボトル内圧であるが、分析には直接用いない。

体積の増加

③に対応した状態方程式中の未知数は、ボトル内空気を膨張させたときの体積Vとなるが、このとき圧力Pは膨張後の大気圧であり、前項の増加した内圧ではない。

式(1)より,

$$PV = m_1 RT$$

$$V = m_1 RT / P \quad \text{式(7)}$$

ここで,

$$m_1 = 0.0784 \text{ (mol)}$$

$$R = 0.0821$$

$$T = 273 + 20 = 293 \text{ (° k)}$$

$$P = 1 \text{ (atm)}$$

を式(7)に代入すれば, $V = 1.886 \text{ (ℓ)}$

すなわち体積増加は $1.886 - 1.500 = 0.386 \text{ (ℓ)}$

これは推定値であるが、実験値も、大まかにこの値付近となっている。ここでは体積増加量は平均的な実験値として、0.386(ℓ)を用いる事にする。

空気の重量(密度)計算

④より空気の重量を知るには、ペットボトル1.5ℓの空気に対し、まず冷却過程、つぎに室温における膨張過程を経て、重量増加量と体積増加量の2つを実験から求めればよかった。重量に関する測定値は図表3.2において室温から-40℃まで冷却することにより重量増加は約0.464gとなることが分った。次に体積の増加量は前の結果より、平均的に0.386ℓ

付近である事が分った。よって空気の重量，正しくは密度は次のように計算される。

$$\begin{aligned}\text{空気の1リットル当たりの重量} &= \text{空気の密度} \\ &= \text{低温による重量増加} / \text{室温に戻した時の体積増加} \\ &= \text{約}0.464(\text{g}) / 0.386(\ell) \\ &= \text{約}1.20(\text{g} / \ell)\end{aligned}$$

以上で実験過程に沿って，状態方程式を適用する事により，1ℓ当たり，室温空気重量は約1.20gと推定された。これは付録による計算値と一致するが，どちらも同じ状態方程式から出発しているのもので，丸め誤差の範囲内で一致するはずである。

教室における感想

- ・このテーマは一般的に興味を引きやすいことを期待して始めたものであるが，目標である空気の重さについて，資料の値付近が得られ，実行した達成感へとつながった。
- ・しかし，他の2テーマと比較し，最も実験誤差が大きく，2桁は期待できなかった。主な原因は空気を室温下で膨張させる時の体積測定にあると思う。
- ・実験の背景原理はモル数なる表現を避けたものの，依然難解との意見が多かった。その反面，冷却空気の重量増加量や，膨張した体積を計る方法は，理解しやすいとの意見だった。

おわりに

この講義では，数学の総まとめ的な意味を持たせるため，広く理数系分野から話題を集め，簡単な実験を中心として構成した。各テーマは手作りの機材を用いた実験が中心であったが，理論に沿った結果を得ることができ，学生と共に達成感を感じている。しかし数年の経験から感じた課題を述べてみると，

- ・各テーマは一つの数式または原理だけで済むように計画してきたが，テーマによってはその原理が難解な場合があった。最近，このようなテーマでも測定結果を得た時の喜びが大きいとの事なので，理論にこだわるより，直感的な推論ができるよう努めている。場合によっては，まず実験を行ってから，各人の反応を見ながら，原理を説明するといった，逆順の進め方を試行している。
- ・学生に与えるインパクトの大きさは，理論に対する測定精度に依るところも大きい。今までのテーマについてさらに限られた条件の中でも，精度向上の工夫をしたい。また現在保留となっているテーマは，十分な精度が得られないためであるが，資格試験によく出題される運動とエネルギーなどについては，デジタルカメラによる高速撮影が可能となったので，これから検討してみたい。

付録：空気の温度別，体積別重量

気体に関する状態方程式において，

$$P V = R T (w / W)$$

考察対象の空気重量 w を求めるため，変数を温度 T と体積 V とする。一方定数は，

P ：大気圧，1 (atm)

W ：空気の標準状態における重量 28.8(g)

R ：0.0821 (ここでの単位系における定数)。

ちなみに w / W は，空気の標準状態に対する重量比であり，molなる単位で扱われる。

また， W は空気組成が酸素20%窒素80%の仮定の下，分子数から計算される。

いま対象とする空気の状態が，温度 $T(^{\circ} \text{K})$ ，体積 $V(\ell)$ のとき，その重量は，

$$w = (28.8 / 0.0821) (V / T)$$

となり，その結果を次の図表に示す。なお，元の数値は， $W = 28.8\text{g}$ である。

付録図表 空気の重量 (温度別，体積別)

温度 $T \downarrow$ 体積 $V \rightarrow$	1 ℓ	1.5 ℓ	22.4 ℓ
273 $^{\circ} \text{K}$ (0 $^{\circ} \text{C}$)	1.29g	1.93g	28.8g
293 $^{\circ} \text{K}$ (20 $^{\circ} \text{C}$)	1.20g	1.80g	26.8g
233 $^{\circ} \text{K}$ (-40 $^{\circ} \text{C}$)	1.51g	2.26g	33.7g

An Introduction to Special Lectures Designed for Educational Majors

Tsutomu Doi

This report introduces a number of original lectures given by the author since 2002, which are tailored for the need of education majors. The lectures introduced in this paper focus on three scientific principles, which are demonstrated by experimentation.

1. Measuring the height of a tree

This lecture introduces the application of trigonometric function to measuring the height of objects, which cannot be easily measured otherwise. This particular subject is also designed to engage students through being outdoors.

2. Archimedes and the Crown

Here, the principle of buoyancy is applied to measure the material volume of a complex shape. With this information the material density can then be calculated. The result will show whether Archimedes' crown is made of true gold or not.

3. Measuring the weight of air

In this lecture students try to measure the weight of air contained in plastic bottle. By changing the air temperature and volume under the condition of constant pressure, air weight per volume can be calculated.